

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДЕЙСТВИЯ УПРУГОЙ СРЕДЫ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН

Г.Г.Кулиев

*Институт геологии НАН Азербайджана
AZ1143, Баку, просп. Г.Джавида, 29А*

В рамках неклассически линеаризированной теории упругих волн исследованы нелинейные реакции пород на малые и большие (конечные) начальные деформации. Породы моделированы в виде однородных сжимаемых сред с различными упругими потенциалами. В случае использования квадратичного упругого потенциала и потенциала типа Мурнагана получены простые аналитические формулы для расчета коэффициентов нелинейных действий при произвольных однородных начальных напряженных состояниях. Используя различные модели форм упругих колебаний, в случае всестороннего сжатия определены коэффициенты нелинейного действия некоторых осадочных пород из Мексиканского залива и исследован характер вклада модулей упругости второго и третьего порядка на эти величины, а также на скорости упругих волн.

В отличие от недеформированных сред, кинематические и динамические параметры упругих волн, распространяющихся в предварительно деформированных средах, подвергаются воздействию со стороны нелинейных действий среды. Коэффициенты нелинейных действий упругой среды определяются в виде произведений акустических жесткостей на градиент соответствующей скорости распространения волн по давлению. Нелинейные действия и их влияние на скорость распространения упругих волн однозначно определяются модулями упругости среды в зависимости от заданного уровня давления. Поведение деформированных упругих сред (как в изотропном, так и в анизотропном приближении) при малых и больших деформациях можно описать различными упругими потенциалами (Гузь, 1986). Следовательно, с заданием вида упругого потенциала задается и структура модулей упругости, участвующих в формировании нелинейного действия среды. Таким образом, появляются возможности исследовать доли влияния различного порядка (второго, третьего и т. д.) модулей упругости в коэффициенте нелинейного действия и влияния последней на скоростные характеристики упругих волн. Наряду с определениями количественных изменений в значениях нелинейных действий среды, совместный анализ зависимостей коэффициента нелинейности и скоростей распространения упругих волн от

различного порядка модулей упругости и от давлений, открывает дополнительные возможности в деле решения задач упругой инверсии в сейсморазведке и сейсмологии. Такой подход становится более целенаправленным в случае исследования осадочных пород, так как ряд из них проявляет заметные нелинейные эффекты при незначительных деформациях и предполагается, что аномалии в коэффициентах нелинейности могут быть связаны с нефтяными залежами в верхней части геологического разреза коры (до глубин 5-10 км) (Садовский и Николаев, 1982).

В данной статье коэффициенты нелинейного действия упругой среды и характера их влияния на скорости распространения продольных и поперечных волн исследованы в пределах неклассически линеаризированной теории.

Основы неклассически линеаризированной теории распространения упругих волн в напряженных средах разработаны в (Гузь 1986; Biot, 1965). Динамические и кинематические характеристики упругих волн в деформированных средах применительно к сейсморазведке исследованы в (Абасов и др., 2000; Кулиев и Джаббаров, 1998, 2000). В (Кулиев, 2000) предложен подход определения коэффициента Пуассона в напряженных средах. Различные вопросы сейсмической анизотропии с применением неклассически линеаризованного подхода рассмотрены в (Абасов и др., 2000; Кулиев и Джаббаров,

1998). Разработаны неклассически линеаризованные подходы применительно к геодинамике (Кулиев, 2005а), геофизике (Кулиев, 2005б) и внутренней структуре Земли и тектоники (Кулиев, 2008).

Степень нелинейных действий упругой среды вдоль осей OX, OY, OZ определяется коэффициентами нелинейности:

$$\begin{aligned} K_{px} &= \rho V_{px} \frac{dV_{px}}{dP}; K_{ys} = \rho V_{sy} \frac{dV_{sy}}{dP}; \\ K_{sz} &= \rho V_{sz} \frac{dV_{sz}}{dP}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – плотность породы, V_{px} – скорость продольной волны в направлении оси OX; V_{sy}, V_{sz} – скорости поперечных волн в направлениях осей OY, OZ соответственно; P – давление.

Неклассически линеаризованный подход определения коэффициента нелинейности

Исследования распространения упругой волны в нелинейно деформированной среде с произвольными упругими потенциалами показали, что скорости волн определяются по формулам (Кулиев и Джабаров, 1998):

$$\begin{aligned} 2\rho V_{\alpha}^2 &= \omega_{3333} + \omega_{3113} + \\ &+ (\omega_{1111} + \omega_{1331} - \omega_{3333} - \omega_{3113}) \sin^2 \theta_{\alpha} \pm \Omega_{\alpha}; \\ \Omega_{\alpha} &= \left\{ (\omega_{1111} - \omega_{1331}) \times \sin^2 \theta_{\alpha} - \right. \\ &\left. - (\omega_{3333} - \omega_{3113}) \cos^2 \theta_{\alpha} \right\}^2 + \\ &+ 4(\omega_{1333} + \omega_{3113})^2 \sin^2 \theta_{\alpha} \cos^2 \theta_{\alpha} \Big\}^{\frac{1}{2}} \\ \rho V_{SH}^2 &= \omega_{1221} \sin^2 \theta + \omega_{3223} \cos^2 \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где знак "+" перед слагаемой Ω соответствует квазипродольной P волне и при этом $V_{\alpha} = V_p$; а знак "-" – квазипоперечной SV волне и при этом $V_{\alpha} = V_{sv}$; ω_{ijnm} – компоненты тензора четвертого ранга, характеризующие линейные и нелинейные физико-механические свойства среды и начального

напряженного состояния, которые определяются с конкретизацией структуры упругих потенциалов (Гузь, 1986); θ_{α} – углы падения и отражения квазипродольных P и квазипоперечной SV волн.

В пределах неклассически линеаризованного подхода при определении компонентов $\omega_{i j \alpha \beta}$ выделяют (Гузь, 1986) три различных варианта в зависимости от способа описания начальных напряженно-деформированных состояний, упрощения геометрического характера и величин деформаций в начальном состоянии, т.е. в состоянии до возникновения волнового процесса: а) Теория больших (конечных) начальных деформаций; б) Первый вариант теории малых начальных деформаций (сдвиги и удлинения являются малыми по сравнению с единицей); в) Второй вариант теории малых начальных деформаций (дополнительно к первому варианту считается, что компоненты тензоров напряжений и деформаций связаны с законом Гука).

Также различают два случая представления плоской гармонической волны. В первом – изменения расстояний между материальными частицами за счет начальной деформации не учитываются, и скорость распространения волны называется «натуральной» скоростью (Гузь 1986; Biot, 1965; Thurston and Brugger, 1964). Во втором – эти изменения учитываются, и скорость называется «истинной».

Рассмотрим распространение упругой волны в сжимаемой изотропной среде в направлении оси OX. Предположим, что среда описывается упругим потенциалом типа Мурнагана:

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2 + \frac{a}{3} A_1^3 + b A_1 A_2 + \frac{c}{3} A_3;$$

где A_1 and A_2 – алгебраические инварианты тензора деформаций Грина; λ, μ – модули упругости второго порядка; a, b, c – модули упругости третьего порядка. Используя формулу (2) при произвольном ($\sigma_{11}^0 = \alpha P$; $\sigma_{22}^0 = \beta P$; $\sigma_{33}^0 = \gamma P$; $\sigma_{ii}^0 (i = 1, 2, 3)$ – нормальные компоненты тензора напряжений; α, β, γ – вещественные

числа) однородном напряженном состоянии для различных вариантов теории начальных деформаций и различных форм представления формы упругих колебаний для определения скоростей упругих волн, находим

$$\begin{aligned} \rho C_{px}^2 &= \lambda + 2\mu + 2PK_{px}^R; \\ \rho C_{sy}^2 &= \mu + 2PK_{sy}^R; \\ \rho C_{sz}^2 &= \mu + 2PK_{sz}^R; \\ \rho V_{px}^2 &= \lambda + 2\mu + 2PK_{px}^N; \\ \rho V_{sy}^2 &= \mu + 2PK_{sy}^N; \\ \rho V_{sz}^2 &= \mu + 2PK_{sz}^N. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь C_{px}, C_{sy}, C_{sz} и V_{px}, V_{sy}, V_{sz} – «истинные» и «натуральные» скорости продольных и поперечных волн соответственно. Величины $K_{px}^R, K_{sy}^R, K_{sz}^R$ и $K_{px}^N, K_{sy}^N, K_{sz}^N$ являются соответственно коэффициентами нелинейного действия при использовании «истинных» и «натуральных» скоростей. На основе формул (1) – (3) для их определения находим следующие аналитические выражения:

I. Случай использования «истинных» скоростей

1. Второй вариант теории малых начальных деформаций (В.в.т.м.н.д.)

$$\begin{aligned} K_{px}^R &= \frac{1}{6K_0} \left\{ \left[\frac{\lambda}{\mu} (2\alpha - \beta - \gamma) + 2\alpha \right] \times \right. \\ &\times (\lambda + 2\mu + 2b + c) + \\ &\left. + 2(a + b)(\alpha + \beta + \gamma) + 3K_0\alpha \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} K_{sy}^R &= \frac{1}{6K_0} \left\{ 2(\lambda + \mu)\alpha - \lambda(\beta + \gamma) + \frac{c}{4\mu} \times \right. \\ &\times [(\lambda + 2\mu)(\alpha + \beta) - 2\lambda\gamma] + b(\alpha + \beta + \gamma) + 3K_0\alpha \left. \right\}; \end{aligned}$$

$$K_{sz}^R = K_{sy}^R - \frac{c}{8\mu}(\beta - \gamma); K_0 = \lambda_0 + \frac{2}{3}\mu.$$

2. Первый вариант теории малых и теории больших (конечных) начальных деформаций (П.в.т.м.-т.б.н.д.)

$$\begin{aligned} K_{px}^R &= \frac{1}{6K_0} \left\{ \left[\frac{\lambda}{\mu} (2\alpha - \beta - \gamma) + 2\alpha \right] \times \right. \\ &\times (2\lambda + 4\mu + 2b + c) + \\ &\left. + 2(a + b)(\alpha + \beta + \gamma) + (3\lambda + 2\mu)\alpha \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{sy}^R &= \frac{1}{6K_0} \left\{ [(\lambda + 2\mu)(\alpha + \beta) - 2\lambda\gamma] \times \right. \\ &\times \left(1 + \frac{c}{4\mu} \right) + b(\alpha + \beta + \gamma) + 3K_0\alpha \left. \right\}; \end{aligned}$$

$$K_{sz}^R = K_{sy}^R - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c}{4\mu} \right) (\beta - \gamma). \quad (5)$$

II. Случай использования «натуральных» скоростей

1. В.в.т.м.н.д.

$$\begin{aligned} K_{px}^N &= \frac{1}{6K_0} \left\{ \left[\frac{\lambda}{\mu} (2\alpha - \beta - \gamma) + 2\alpha \right] \times \right. \\ &\times (2b + c) + 2(a + b)(\alpha + \beta + \gamma) + 3K_0\alpha \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{sy}^N &= \frac{1}{6K_0} \left\{ [(\lambda + 2\mu)(\alpha + \beta) - 2\lambda\gamma] \frac{c}{4\mu} + \right. \\ &\left. + b(\alpha + \beta + \gamma) + 3\alpha K_0 \right\}; \end{aligned}$$

$$K_{sz}^N = K_{sy}^N + \frac{1}{8\mu}(\gamma - \beta) \quad (6)$$

2. П.в.т.м.-т.б.н.д.

$$\begin{aligned} K_{px}^N &= \frac{1}{6K_0} \left\{ \left[\frac{\lambda}{\mu} (2\alpha - \beta - \gamma) + 2\alpha \right] \times \right. \\ &\times (\lambda + 2\mu + 2b + c) + 2(a + b)(\alpha + \beta + \gamma) + 3K_0\alpha \left. \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{sy}^N &= \frac{1}{K_0} \left\{ [(\lambda + 2\mu)(\alpha + \beta) - 2\lambda\gamma] \times \right. \\ &\times \left(1 + \frac{c}{4\mu} \right) + (b + \lambda)(\alpha + \beta + \gamma) \left. \right\}; \end{aligned}$$

$$K_{sz}^N = K_{sy}^N + \frac{1}{2}(\gamma - \beta) \left(1 + \frac{c}{4\mu}\right). \quad (7)$$

В случае применения упругого потенциала типа Мурнагана при всестороннем сжатии ($\alpha = \beta = \gamma = -1$) из (4) – (7) получаем следующие более наглядные результаты:

I. Случай «истинных» скоростей

1. В.в.т.м.н.д.

$$K_p^R = K_{px}^R = -\frac{1}{6K_0} [5\lambda + 6\mu + 2(c + 5b + 3a)];$$

$$K_s^R = K_{sy}^R = K_{sz}^R = -\frac{1}{6K_0} (3\lambda + 4\mu + c + 3b). \quad (8)$$

2. П.в.т.м.-т.б.н.д.

$$K_p^R = K_{px}^R = -\frac{1}{6K_0} [7\lambda + 10\mu + 2(c + 5b + 3a)];$$

$$K_s^R = K_{sy}^R = K_{sz}^R = -\frac{1}{6K_0} [3(\lambda + 2\mu) + c + 3b]. \quad (9)$$

II. Случай «натуральных» скоростей

1. В.в.т.м.н.д.

$$K_p^N = K_{px}^N = -\frac{1}{6K_0} [3\lambda + 2\mu + 2(c + 5b + 3a)];$$

$$K_s^N = K_{sy}^N = K_{sz}^N = -\frac{1}{6K_0} (3\lambda + 2\mu + c + 3b). \quad (10)$$

2. П.в.т.м.-т.б.н.д. В этом случае коэффициенты K определяются по формулам (8).

В случае использования квадратичного потенциала для однородных изотропных сред (которые в случае малых упругих деформаций совпадают с телом Гука)

$$\Phi = \frac{\lambda}{2} (A_1)^2 + \mu A_2; \quad \lambda, \mu = const.$$

Формулы (8) – (10), достаточно упрощаясь, приобретают вид:

I. Случай использования «истинных» скоростей

1. В.в.т.м.н.д.

$$K_p^R = -\frac{1}{6K_0} (5\lambda + 6\mu) = -\frac{3 - \nu}{2(1 + \nu)},$$

$$K_s^R = -\frac{1}{6K_0} (3\lambda + 4\mu) = -\frac{2 - \nu}{2(1 + \nu)}. \quad (11)$$

2. П.в.т.м.-т.б.н.д.

$$K_p^R = -\frac{1}{6K_0} (7\lambda + 10\mu) = -\frac{5 - 3\nu}{2(1 + \nu)};$$

$$K_s^R = -\frac{1}{2K_0} (\lambda + 2\mu) = -\frac{3(1 - \nu)}{2(1 + \nu)}. \quad (12)$$

II. Случай использования «натуральных» скоростей

1. В.в.т.м.н.д.

$$K_p^N = K_s^N = -\frac{1}{6K_0} (3\lambda + 2\mu) = -\frac{1}{2}. \quad (13)$$

2. П.в.т.м.-т.б.н.д. В этом случае коэффициенты K определяются по формулам (11).

Из результатов (1) – (13) следует, что в этом частном случае коэффициенты нелинейного действия упругих сред однозначно определяется коэффициентом Пуассона.

Численные результаты

Из формул (3) следует, что нелинейные действия упругой среды определяются по формулам:

$$F_{px}^R = 2PK_{px}^R; \quad F_{sy}^R = 2PK_{sy}^R; \quad F_{sz}^R = 2PK_{sz}^R;$$

$$F_{px}^N = 2PK_{px}^N; \quad F_{sy}^N = 2PK_{sy}^N;$$

$$F_{sz}^N = 2PK_{sz}^N, \quad (14)$$

где при различных однородных напряженных состояниях и упругих потенциалах коэффициенты нелинейных действий рассчитываются по (4) – (13).

Численные расчеты проведены с помощью формул, полученных в случае использования «истинных» скоростей, так как в сейсмоэпидемии и в сейсмологии на практике по-

левых исследований в принципе определяют эти величины.

Из приведенных на рис. 1 данных, соответствующих квадратичному упругому потенциалу, следует, что абсолютные значения K_p^R и K_s^R с ростом величины коэффициента Пуассона уменьшаются. Эти уменьшения наблюдаются как в рамках П.в.т.м.-т.б.н.д. так и в В.в.т.м.н.д. По этим теориям отличаются лишь их численные значения.

В рассматриваемом приближении нелинейные действия упругих сред F_p^R и F_s^R являются линейными функциями P (формулы (14), рис. 2 и 3). Характер изменения F_p^R и F_s^R от роста величины коэффициента Пуассона по П.в.т.м.-т.б.н.д. и В.в.т.м.н.д. одинаков, отличаются лишь количественные значения воздействий. Важным является то, что знаки нелинейных действий всевозможных упругих изотропных сред ($0 \leq \nu \leq 0,5$) оказываются отрицательными. Вследствие этого величины как продольных, так и поперечных волн с учетом нелинейных действий будут меньше, чем в ненагруженных (всесторонне) средах. Следовательно, для правильного описания экспериментально наблюдаемых изменений величин скоростей упругих волн в напряжен-

ных средах необходимо при определении F_p^R и F_s^R привлечь более сложные упругие потенциалы, в частности упругий потенциал типа Мурнагана. Данные рис. 1 – 3 ценны тем, что с их помощью можно решить проблемы упругой инверсии, т.е. определить коэффициенты Пуассона, модули Ляме λ, μ в напряженных средах на основе полевых сейсмических материалов.

Анализ табл. 1 и 2 показывает, что знак нелинейных действий F_p^R и F_s^R рассмотренных пород от величины начальных деформаций не зависит. Величины деформации влияют на количественные значения нелинейных действий. Знаки нелинейных действий рассмотренных пород определяются знаками вклада модулей упругости третьего порядка, так как порядок нелинейных действий, вызванных этими модулями, значительно превышает аналогичный, связанный с модулями упругости второго порядка. Прочерки в табл. 2 означают, что при этих данных значение скорости становится комплексным. В расчетах использованы данные некоторых пород Мексиканского залива, заимствованные из (Yin and Rasolofosaon, 1994).

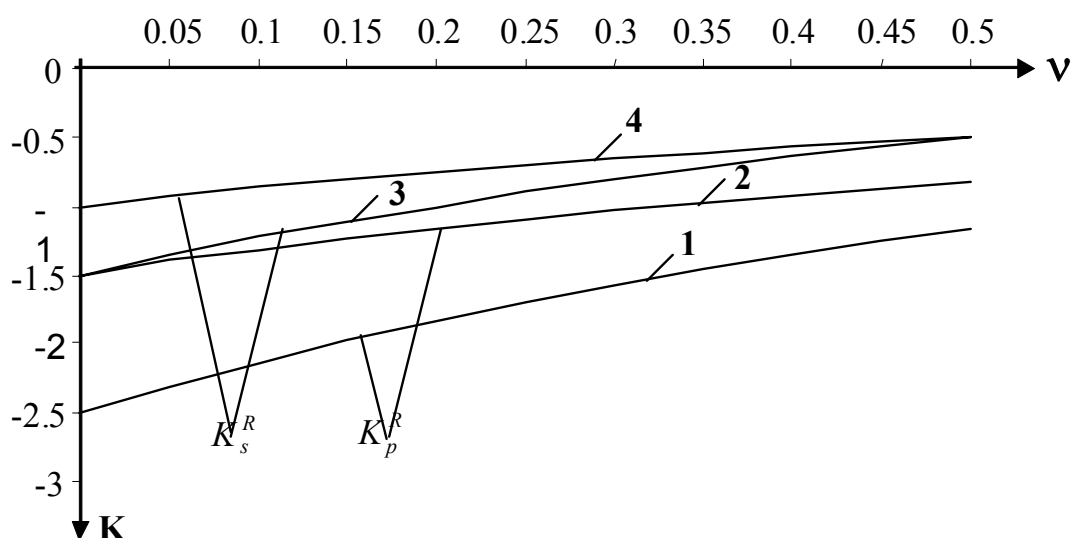


Рис. 1. Графики зависимостей коэффициентов нелинейных действий K_p^R и K_s^R от изменений коэффициента Пуассона, построенные в рамках П.в.т.м.-т.б.н.д. – линии 1 и 3 и В.в.т.м.н.д. – линии 2 и 4.

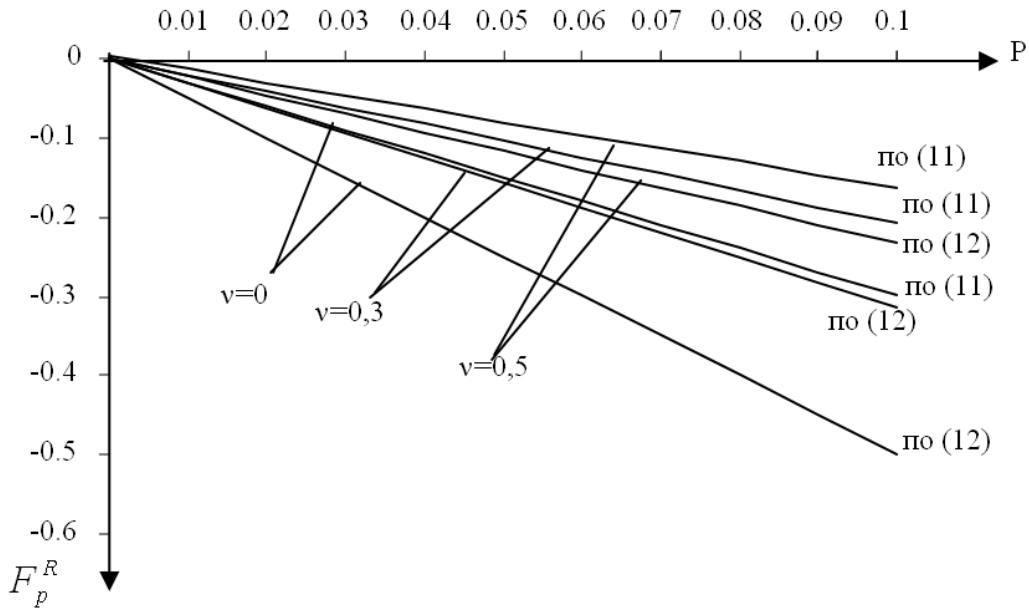


Рис. 2. Зависимости нелинейных действий F_p^R от изменений давления при различных коэффициентах Пуассона в пределах П.в.т.м.т.б.н. д. и В.в.т.м.н.д.

На графиках в скобках указаны номера формул, по которым они рассчитаны.

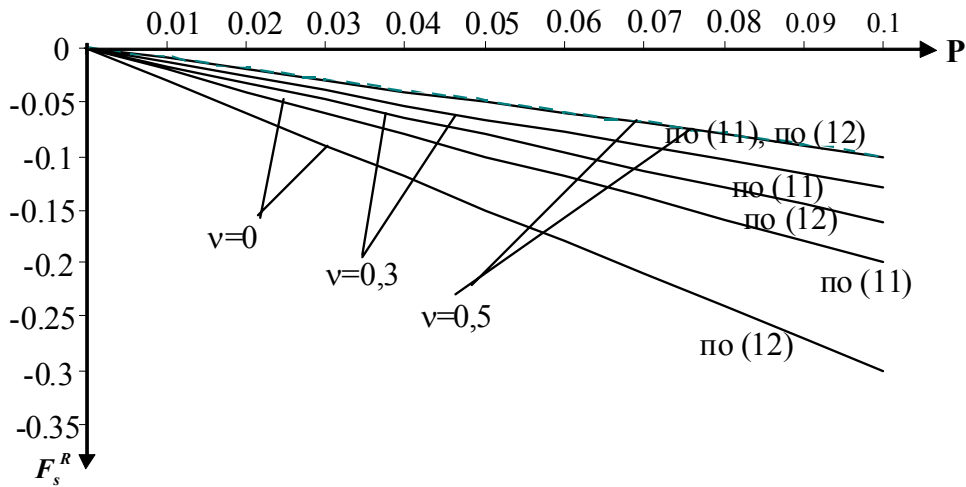


Рис. 3. Зависимости нелинейных действий F_s^R от изменений давления при различных коэффициентах Пуассона в пределах П.в.т.м.т.б.н. д. и В.в.т.м.н.д.

На графиках в скобках указаны номера формул, по которым они рассчитаны.

Приведенные материалы (табл. 1) показывают, что при использовании квадратичного упругого потенциала с ростом величин всестороннего давления скорости продольных и поперечных волн для рассматриваемых пород в рамках П.в.т.м.т.б.н.д. и В.в.т.м.н.д. незначительно уменьшаются. При привлечении упругого потенциала типа Мурнагана соответствующие

результаты (табл. 2) как качественно, так и количественно отличаются. Для различных пород их модули упругости третьего порядка в значения коэффициентов нелинейных действий K_p^R и K_s^R вносят вклады разного знака, что отражается на нелинейных действиях и на величинах скоростей продольных и поперечных волн.

Таблица 1

Значения скоростей C_p^R, C_s^R (в числителях по формулам (3) при (9), в знаменателях – при (8)) и нелинейных действий F_p^R, F_s^R (в числителях по формулам (14) при (9), в знаменателях – при (8)), определенные в случае использования квадратичного упругого потенциала

Название пород параметры	Белый гранит Сьерра	Глинистый песчаник Колорадо	Нефтеносная глина	Песчаник	Песчаник Береа 200	P, ГПа	
$C_p, м/сек$	$\frac{4596.19408}{4596.19408}$	$\frac{3866.621}{3866.621}$	$\frac{4507.205}{4507.205}$	$\frac{2946.118}{2946.118}$	$\frac{3233.152}{3233.152}$	0	
	$\frac{4591.60844}{4593.28338}$	$\frac{3860.849}{3863}$	$\frac{4502.403}{4504.096}$	$\frac{2936.265}{2939.957}$	$\frac{3224.46}{3227.723}$	0.03	
	$\frac{4587.01822}{4590.37084}$	$\frac{3855.068}{3859.377}$	$\frac{4497.596}{4500.985}$	$\frac{2926.378}{2933.784}$	$\frac{3215.745}{3222.286}$	0.06	
	$\frac{4582.4234}{4587.45645}$	$\frac{3849.278}{3855.749}$	$\frac{4492.784}{4497.872}$	$\frac{2916.458}{2927.597}$	$\frac{3207.007}{3216.839}$	0.09	
	$C_s, м/сек$	$\frac{2835.783}{2835.783}$	$\frac{2470.278}{2470.278}$	$\frac{2594.593}{2594.593}$	$\frac{1896.599}{1896.599}$	$\frac{2088.017}{2088.017}$	0
		$\frac{2831.712}{2832.745}$	$\frac{2465.226}{2466.602}$	$\frac{2590.182}{2591.157}$	$\frac{1887.999}{1890.379}$	$\frac{2080.44}{2082.55}$	0.03
$\frac{2827.634}{2829.704}$		$\frac{2460.164}{2462.92}$	$\frac{2585.763}{2587.717}$	$\frac{1879.359}{1884.138}$	$\frac{2072.837}{2077.068}$	0.06	
$\frac{2823.551}{2826.66}$		$\frac{2455.092}{2459.234}$	$\frac{2581.337}{2584.271}$	$\frac{1870.679}{1877.876}$	$\frac{2065.205}{2071.573}$	0.09	
$F_p^R, ГПа$		$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	0
		$\frac{-0.05561}{-0.03531}$	$\frac{-0.05888}{-0.03694}$	$\frac{-0.05083}{-0.03292}$	$\frac{-0.0597}{-0.03735}$	$\frac{-0.06006}{-0.03753}$	0.03
	$\frac{-0.11123}{-0.07061}$	$\frac{-0.11776}{-0.07388}$	$\frac{-0.10166}{-0.06583}$	$\frac{-0.1194}{-0.0747}$	$\frac{-0.12011}{-0.07506}$	0.06	
	$\frac{-0.16684}{-0.10592}$	$\frac{-0.17664}{-0.11082}$	$\frac{-0.1525}{-0.09875}$	$\frac{-0.1791}{-0.11205}$	$\frac{-0.18017}{-0.11258}$	0.09	
	$F_s^R, ГПа$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	0
		$\frac{-0.03046}{-0.02273}$	$\frac{-0.03291}{-0.02395}$	$\frac{-0.02687}{-0.02094}$	$\frac{-0.03353}{-0.02426}$	$\frac{-0.03379}{-0.0244}$	0.03
$\frac{-0.06092}{-0.04546}$		$\frac{-0.06582}{-0.04791}$	$\frac{-0.05375}{-0.04187}$	$\frac{-0.06705}{-0.04853}$	$\frac{-0.06758}{-0.04879}$	0.06	
$\frac{-0.09138}{-0.06819}$		$\frac{-0.09873}{-0.07186}$	$\frac{-0.08062}{-0.06281}$	$\frac{-0.10058}{-0.07279}$	$\frac{-0.10137}{-0.07319}$	0.09	

Таблица 2

Значения скоростей C_p^R, C_s^R (в числителях по формулам (3) при (9), в знаменателях – при (8)) и нелинейных действий F_p^R, F_s^R (в числителях по формулам (14) при (9), в знаменателях – при (8)), определенные в случае использования упругого потенциала типа Мурнагана

Название пород параметры	Белый гранит Сьерра	Глинистый пес- чаник Колорадо	Нефтеносная глина	Песчаник	Песчаник Бе- реа 200	P, ГПа
$C_p, м/сек$	$\frac{4596.19408}{4596.19408}$	$\frac{3965.489}{3965.489}$	$\frac{4507.205}{4507.205}$	$\frac{2946.118}{2946.118}$	$\frac{3233.152}{3233.152}$	0
	$\frac{4729.77336}{4731.39939}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{5802.686}{5803.999}$	$\frac{3381.622}{3384.828}$	$\frac{1930.177}{1935.623}$	0.03
	$\frac{4859.6823}{4862.84694}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{6857.655}{6859.878}$	$\frac{3767.11}{3772.866}$	$\frac{-}{-}$	0.06
	$\frac{4986.20779}{4990.83366}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{7770.695}{7773.637}$	$\frac{4116.657}{4124.556}$	$\frac{-}{-}$	0.09
$C_s, м/сек$	$\frac{2835.783}{2835.783}$	$\frac{2533.442}{2533.442}$	$\frac{2594.593}{2594.593}$	$\frac{1896.599}{1896.599}$	$\frac{2088.017}{2088.017}$	0
	$\frac{3245.737}{3246.639}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{1673.353}{1674.863}$	$\frac{2666.137}{2667.823}$	$\frac{2888.111}{2889.63}$	0.03
	$\frac{3609.426}{3611.048}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{3258.756}{3261.514}$	$\frac{3510.349}{3512.85}$	0.06
	$\frac{3939.682}{3941.912}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{-}{-}$	$\frac{3759.081}{3762.668}$	$\frac{4037.812}{4041.072}$	0.9
$F_p^R, ГПа$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	0
	$\frac{1.644398}{1.664705}$	$\frac{-64.4539}{-64.4319}$	$\frac{15.69361}{15.71153}$	$\frac{2.838425}{2.860775}$	$\frac{-7.19863}{-7.1761}$	0.03
	$\frac{3.288796}{3.32941}$	$\frac{-128.908}{-128.864}$	$\frac{31.38723}{31.42306}$	$\frac{5.67685}{5.72155}$	$\frac{-14.3973}{-14.3522}$	0.06
	$\frac{4.933194}{4.994115}$	$\frac{-193.362}{-193.296}$	$\frac{47.08084}{47.13459}$	$\frac{8.515275}{8.582325}$	$\frac{-21.5959}{-21.5283}$	0.09
$F_s^R, ГПа$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{0}{0}$	0
	$\frac{3.29095}{3.29868}$	$\frac{-20.7379}{-20.729}$	$\frac{-4.61987}{-4.61393}$	$\frac{3.616538}{3.6258}$	$\frac{4.260065}{4.269461}$	0.03
	$\frac{6.5819}{6.59736}$	$\frac{-41.4759}{-41.458}$	$\frac{-9.23974}{-9.22786}$	$\frac{7.233075}{7.2516}$	$\frac{8.520131}{8.538922}$	0.06
	$\frac{9.872849}{9.89604}$	$\frac{-62.2138}{-62.187}$	$\frac{-13.8596}{-13.8418}$	$\frac{10.84961}{10.8774}$	$\frac{12.7802}{12.80838}$	0.09

Легко можно обобщить полученные результаты для случаев трещиноватых и несжимаемых напряженных сред.

ЛИТЕРАТУРА

- АБАСОВ, М.Т., КУЛИЕВ, Г.Г., ДЖАВАНШИР, Р.Д. 2000. Модель развития литосферы. *Вестник Российской Академии Наук*, 70, 2, 129-135.
- ГУЗЬ, А.Н. 1986. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. Научова думка. Киев. 536.
- КУЛИЕВ, Г.Г. 2000. Определение коэффициента Пуассона в напряженных средах. *Доклады Российской Академии Наук*, 370, 4, 534-537.
- КУЛИЕВ, Г.Г. 2005а. Основы неклассической линеаризованной теории деформаций в геодинамике. *Известия НАН Азербайджана. Науки о Земле*, 1, 21-34.
- КУЛИЕВ, Г.Г. 2005б. Неклассическая линеаризованная теория деформаций в геофизике. *Известия НАН Азербайджана. Науки о Земле*, 2, 41-51.
- КУЛИЕВ, Г.Г. 2008. О внутреннем строении Земли в рамках неклассически линеаризованного подхода. *Известия НАН Азербайджана. Науки о Земле*, 1, 18-31.
- КУЛИЕВ, Г.Г., ДЖАББАРОВ, М.Д. 1998. О распространении упругих волн в напряженных нелинейных анизотропных средах. *Изв. АН Азербайджана. Науки о Земле*, 2, 103-112.
- КУЛИЕВ, Г.Г., ДЖАББАРОВ, М.Д. 2000. Об амплитудных характеристиках упругих волн в напряженных средах. *Доклады Российской Академии Наук*, 370, 5, 672-674.
- САДОВСКИЙ, М.А., НИКОЛАЕВ, А.В. 1982. Новые методы сейсмической разведки. Перспективы развития. *Вестник АН СССР*, 1, 57-64.
- BIOT, M.A. 1965. Mechanics of incremental deformations. Willey. New-York. 504.
- THURSTON, R., BRUGGER, K. 1964. Third-order elastic constants and velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. *Phys. Rev. A.*, 133, 6, 1604-1610.
- YIN, H., RASOLOFOSAON, P.N.J. 1994. Nonlinear and linear elastic behavior of anisotropic rocks: Ultrasonic experiments versus theoretical predictions. *Abstracts, 64 SEG meeting*, Los Angeles, *Expanded Abstracts*, - Paper SL, 3, 4, 1129-1132.