ANAS Transactions **Earth Sciences** **Special Issue / 2023**

http://www.journalesgia.com

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПОРОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ПОРОДЕ С УМЕНЬШЕНИЕМ ПОРИСТОСТИ

Гулиев И.С.[1], Мирзоева Д.Р.[2], Расулов М.А.[3]

[1]Президиум НАНА

[2]Министерство Науки и Образования Республики Азербайджан, Институт геологии и геофизики: dilazer@yandex.ru

[3]Министерство Науки и Образования Республики Азербайджан, Институт нефти и газа: mresulov@gmail.com

NUMERICAL METHOD FOR INVESTIGATING PORE PRESSURE BEHAVIOUR WITH POROSITY REDUCTION

Guliyev I.S.[1], Mirzoyeva D.R.[2], Rasulov M.A.[3]

[1]Presidium of ANAS

[2]Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Institute of Geology and Geophysics: dilazer@yandex.ru

[3]Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Institute of Oil and Gas: mresulov@gmail.com

Keywords: *Stefan problem, pore pressure, compaction processes, Landau change*

Summary. The effects of the assumption of linearity in solving the problem with a moving boundary, which describes the one-dimensional flow of groundwater in compacted sedimentary basins, are studied numerically.

Введение

Известно, что процессы уплотнения приводят к падению свободной пористости с ростом глубины от поверхности пород вплоть до средней и нижней коры и прогрессивному обезвоживанию земной коры в течение истории роста мощности осадочного слоя (Audet, Fowler, 1992; Bethke, Corbet, 1988; Суетнова, 2010; Seung Hyun Kim, 2014). Численным методом изучается вопрос влияния снижения пористости на гидрологические характеристики земной коры.

Изучаются эффекты предположения о линейности при решении задачи с подвижной границей, которая описывает одномерное течение подземных вод в уплотняющихся осадочных бассейнах. Нахождение аналитического решения линейной задачи, в которой удельный запас и гидропроводимость не меняются, представляет затруднение из-за наличия неизвестной величины, а также подвижной границы. Это решение нужно применять к геологическим проблемам с осторожностью из-за последствий допущения того, что конкретный запас постоянен в диапазоне напряжений, типичных для осадочных бассейнов.

В данной работе предлагается эффективный алгоритм для решения линейной задачи.

Обозначим через $D_{T,l(t)}$ область, которая имитирует часть породы, где происходит процесс уплотнения. Для определённости ось oz направим вниз от уровня моря, как показано на рисунке.

$$D_{T,l(t)} = \{(t,z)|0 \le t < T, 0 \le z \le l(t)\}; D_{T,l(t)} = [0,T) \times [0, l(t)] \,.$$

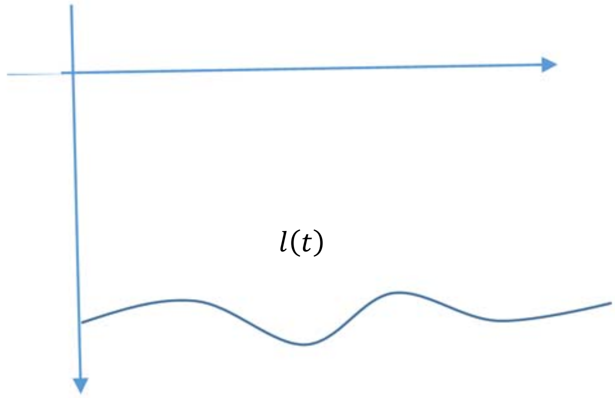
Здесь $l(t)$ – нижняя граница области, которая подлежит определению вместе с решением.

В $D_{T,l(t)}$ рассмотрим задачу:

$$\frac{1}{C}\frac{\partial p(t,z)}{\partial t} = \frac{\partial^2 p(t,z)}{\partial z^2} + \frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial p(t,z)}{\partial z} + \frac{\mu}{K}\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \tag{1}$$

$$p(z,0) = p_0(z), \tag{2}$$
$$p(0,t) = p_1(t), \tag{3}$$
$$\frac{\partial p(l(t),t)}{\partial z} = 0. \tag{4}$$

Здесь $C = \frac{K}{\mu\varphi(\beta_\varphi - \beta_k)}$, $\varphi = \varphi_0 e^{-\alpha z}$, $K = K_0\left(\frac{\varphi^n - \varphi_c^n}{\varphi_0^n - \varphi_c^n}\right)$, K_0, φ_0 − начальные значения проницаемости и пористости, φ_c − критическая пористость для сквозного потока. Ясно, что при $\varphi = \varphi_0$, $K = K_0$, и при $\varphi = \varphi_c$, $K = 0$.



Для нахождения неизвестного $l(t)$ предлагаются два варианта: кинематическое условие без привлечения уравнения (1):

$$\frac{dl(t)}{dt} = k\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\bigg|_{x=l(t)}, \tag{5}$$
$$l(0) = H, \tag{6}$$

и условие, которое привлекает уравнение (1) в виде

$$\frac{dl(t)}{dt} = -\omega^2 \frac{\partial}{\partial x} ln \frac{\partial^2 p(t,x)}{\partial x^2}\bigg|_{x=l(t)} - \frac{1}{\frac{\partial^2 p(z,t)}{\partial z^2}} \times$$
$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial p(t,z)}{\partial z} + \frac{\mu}{K}\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right]\bigg|_{x=l(t)}, \tag{7}$$
$$l(0) = H, \tag{8}$$

здесь k называется коэффициентом Стефана.

С целью создания эффективных численных методов сначала рассмотрим случай, когда значения проницаемости и пористости постоянны. В этом случае уравнение (1) примет вид:

$$\frac{1}{\mathrm{C}}\frac{\partial p(t,z)}{\partial t} = \frac{\partial^2 p(t,z)}{\partial z^2}. \tag{9}$$

Начальное и граничные условия для (9) будут (2)-(4), а для нахождения $l(t)$ используем уравнение (5).

Численный Алгоритм

Наличие подвижной границы области затрудняет аппроксимирование производной по времени. Для того чтобы избежать этого затруднения, с помощью замены $x = \frac{z}{l(t)}$ выправляем границы (Seung Hyun Kim, 2014). Тогда $D_{T,l(t)}$ превращается в прямоугольную область $D_{T,x} = \{(t,y)|0 \le t < T, 0 \le$

$x \leq 1\}$, где мы можем создать прямоугольную сетку $\Omega_{\nu,h} = \{(t_\nu, x_j) | t_\nu = \nu\Delta t, \nu = 0,1,2 \dots, ; x_j = jh, j = 0,1,2, \dots, N\}$ и аппроксимировать задачу (9), (2)-(4) разностями. Δt и h – шаги сетки по времени и по координате.

Если мы будем следовать по линиям $x = x_j$ и продифференцируем по времени t, мы получим следующее выражение:

$$\left.\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial t}\right|_j = \left.\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial x}\right|_j \left.\frac{dx}{dt}\right|_j + \left.\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial x}\right|_x. \tag{10}$$

В точке x_j для $\frac{dx}{dt}$ имеем

$$\frac{dx_j}{dt} = \frac{-x_j}{l(t)} \frac{dl(t)}{dt}. \tag{11}$$

Подставив (11) в (10) получаем

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_j = \frac{-x_j}{l(t)} \frac{dl(t)}{dt} \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_j + \left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_x.$$

Тогда (9) примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{x_j}{l(t)} \frac{dl(t)}{dt} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{l^2(t)} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, 0 < x < 1, t > 0 \tag{12}$$

К уравнению добавим следующие условия

$$p(0, x) = 0, p(t, 0) = U, p(t, 1) = 0. \tag{13}$$

Неизвестная граница $l(t)$ определяется из:

$$\frac{dl(t)}{dt} = -k \left.\frac{\partial p(t,x)}{\partial x}\right|_{x=1}, l(0) = H. \tag{14}$$

Для задач (12)-(14) в узлах (x_j^ν, t_ν) выписывается следующая разностная схема:

$$P_j^{\nu+1} = P_j^\nu + \frac{x_j^\nu \dot{L}_m}{2hL_m} \left(P_{j+1}^\nu - P_{j-1}^\nu\right) + \frac{\Delta t}{L_m^2 (h)^2} \left(P_{j+1}^\nu - 2P_j^\nu + P_{j-1}^\nu\right), \tag{15}$$

$$P_j^0 = 0, P_0^\nu = P, P_j^\nu = 0, \tag{16}$$

$$L_{m+1} = L_m - \frac{k\Delta t}{2h} (3P_N^m - 4P_{N-1}^m + P_{N-2}^m), \tag{17}$$

$$L_0 = H. \tag{18}$$

Как видно из (15) и (17), разностная схема имеет порядок точности $O(\Delta t + h^2)$, а счет проводится сначала по (17), (18), а потом по (15), (16).

Выводы

– Для создания эффективной разностной схемы сначала область с подвижной границей, которая имитирует часть породы, где происходит процесс уплотнения, переводится к области с жесткой границей, где удобно строить равномерную сетку.

– Предложена экономичная и простая разностная схема с порядком точности $O(\Delta t + h^2)$ для изучения поведения давления в процессе уплотнения пористости с ростом глубины от поверхности пород.

ЛИТЕРАТУРА

Audet D.M., Fowler A.C. A mathematical model for compaction in sedimentary basins. Geophys. J. Int., Vol. 110, 1992, pp. 577-590.

Bethke C.M. and Corbet T.F. Linear and Nonlinear Solutions for One-Dimensional Compaction Flow in Sedimentary Basins. Water Resources Research, Vol. 24, No. 3, 1988, pp. 461-467.

Seung Hyun Kim. Two Simple Numerical Methods for the Free Boundary in One-Phase Stefan Problem. Hindawi Publishing Corporation Journal of Applied Mathematics, Volume 2014, Article ID 764532, 10 pages, http://dx.doi.org/10.1155/764532.

Суетнова Е. И. Влияние флюидодинамических и реологических свойств осадков на процесс вязкоупругого уплотнения при различных скоростях осадконакопления. Физика Земли, No. 6, 2010, с. 72-79.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПОРОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ПОРОДЕ С УМЕНЬШЕНИЕМ ПОРИСТОСТИ

Гулиев И.С.[1], Мирзоева Д.Р.[2], Расулов М.А.[3]
[1]*Президиум НАНА*
[2]*Министерство Науки и Образования Республики Азербайджан, Институт геологии и геофизики: dilazer@yandex.ru*
[3]*Министерство Науки и Образования Республики Азербайджан, Институт нефти и газа: mresulov@gmail.com*

Резюме. Численным методом изучаются эффекты предположения о линейности при решении задачи с подвижной границей, которая описывает одномерное течение подземных вод в уплотняющихся осадочных бассейнах.
Ключевые слова: *задача Стефана, поровое давление, процессы уплотнения, замена Ландау*